

Chizikli tenglamalar sistemasini Gauss usuli yordamida yechish usuli

S.M.Jumaboev –PhD. kata o’qituvchi

Chizikli tenglamalar sistemasini yechishda aniq va taqribiy usullardan foydalaniladi. Aniq usullarda hisoblashlar yaxlitlanmasdan bajariladi va noma’lumlarning aniq qiymatini topishga olib keladi. Bunday usullarga Gauss va kvadrat ildizlar usullari kiradi.

Taqribiy usullar hisoblashlar yaxlitlanib yoki yaxlitlanmasdan bajarilganda ham noma’lumlarning qiymatini berilgan aniqlikda topish imkonini beradi. Bunday usullarga iterasiya va Zeydel usullari kiradi.

Misol. Kuyidagi chizikli tenglamalar sistemasini Gauss usuli yordamida 0,001 aniqlikda takribiy yeching.

$$\begin{array}{cccccc} 0,68 x_1 & 0,05 x_2 & 0,11 x_3 & 0,08 x_4 & 2,15 \\ 0,21 x_1 & 0,13 x_2 & 0,27 x_3 & 0,8 x_4 & 0,44 \\ 0,11 x_1 & 0,84 x_2 & 0,28 x_3 & 0,06 x_4 & 0,83 \\ 0,08 x_1 & 0,15 x_2 & 0,5 x_3 & 0,12 x_4 & 1,16 \end{array}$$

Yechish. Bu tenglamalar sistemasini Gauss usuli yordamida yechish uchun kuyidagi jadvallardan foydalanamiz.

Noma’lumlardagi koeffitsiyentlar				Ozod hadlar	Nazoratdagi yig’indi
x_1	x_2	x_3	x_4		
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	c_1
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	c_2
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	c_3
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	c_4
1	12	13	14	15	1
	a'_{22}	a'_{23}	a'_{24}	a'_{25}	c'_2
	a'_{32}	a'_{33}	a'_{34}	a'_{35}	c'_3
	a'_{42}	a'_{43}	a'_{44}	a'_{45}	c'_4
	1	23	24	25	2
		a''_{33}	a''_{34}	a''_{35}	c''_3
		a''_{43}	a''_{44}	a''_{45}	c''_4
		1	34	35	3
			a_{44}	a_{44}	c_4
			1	45	4
			1	x_4	\tilde{x}_4
		1		x_3	\tilde{x}_3

	1			x_2	\tilde{x}_2
1				x_1	\tilde{x}_1

Xisoblashlar quyidagi jadvalga asosan bajariladi

Xisoblash formulalari	Tekshirish
$c_i = \sum_{j=1}^5 a_{ij} \quad i = 1,2,3,4$	
$a'_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{11}} \quad j = 2,3,4,5 ; \quad c'_1 = \frac{c_1}{a_{11}}$	1 $\begin{matrix} 12 & 13 & 14 & 15 & 1 \end{matrix}$
$a'_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{i1}} \quad i = 2,3,4; j = 2,3,4,5 ;$ $c'_i = \frac{c_i}{a_{i1}} \quad i = 2,3,4$	$a'_{i2} \quad a'_{i3} \quad a'_{i4} \quad a'_{i5} \quad c'_i \quad i = 2,3,4$
$a'_{2j} = \frac{a'_{2j}}{a'_{22}} \quad j = 3,4,5 ; \quad c'_2 = \frac{c'_2}{a'_{22}}$	1 $\begin{matrix} 23 & 24 & 25 & 2 \end{matrix}$
$a''_{ij} = \frac{a'_{ij}}{a'_{i2}} \quad i = 3,4; j = 3,4,5 ;$ $c''_i = \frac{c'_i}{a'_{i2}} \quad i = 3,4$	$a''_{i3} \quad a''_{i4} \quad a''_{i5} \quad c''_i \quad i = 3,4$
$a''_{3j} = \frac{a''_{3j}}{a''_{33}} \quad j = 4,5 ; \quad c''_3 = \frac{c''_3}{a''_{33}}$	1 $\begin{matrix} 34 & 35 & 3 \end{matrix}$
$a_{ij} = \frac{a''_{ij}}{a''_{i3}} \quad i = 4; j = 4,5 ;$ $c_i = \frac{c''_i}{a''_{i3}} \quad i = 4$	$a_{i4} \quad a_{i5} \quad c_i \quad i = 4$
$a_{4j} = \frac{a_{4j}}{a_{44}} \quad j = 5 ; \quad c_4 = \frac{c_4}{a_{44}}$	1 $\begin{matrix} 45 & 4 \end{matrix}$
$x_4 = \frac{c_4}{a_{44}}$ $x_3 = \frac{c_3}{a_{33}} - \frac{a_{34}x_4}{a_{33}}$ $x_2 = \frac{c_2}{a_{22}} - \frac{a_{24}x_4}{a_{22}} - \frac{a_{23}x_3}{a_{22}}$ $x_1 = \frac{c_1}{a_{11}} - \frac{a_{14}x_4}{a_{11}} - \frac{a_{13}x_3}{a_{11}} - \frac{a_{12}x_2}{a_{11}}$ $\tilde{x}_1 = \frac{c_1}{a_{11}} - \frac{a_{14}\tilde{x}_4}{a_{11}} - \frac{a_{13}\tilde{x}_3}{a_{11}} - \frac{a_{12}\tilde{x}_2}{a_{11}}$ $\tilde{x}_2 = \frac{c_2}{a_{22}} - \frac{a_{24}\tilde{x}_4}{a_{22}} - \frac{a_{23}\tilde{x}_3}{a_{22}}$ $\tilde{x}_3 = \frac{c_3}{a_{33}} - \frac{a_{34}\tilde{x}_4}{a_{33}}$ $\tilde{x}_4 = \frac{c_4}{a_{44}}$	$1 \quad x_4 \quad \tilde{x}_4$ $1 \quad x_3 \quad \tilde{x}_3$ $1 \quad x_2 \quad \tilde{x}_2$ $1 \quad x_1 \quad \tilde{x}_1$

Yukoridagi jadvallardan foydalanib tenglamalar sistemasini yechamiz.

Noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlar				Ozod hadlar	Nazoratdagi yig'indi
x_1	x_2	x_3	x_4		

0,68	0,05	-0,11	0,08	2,15	2,85
0,21	-0,13	0,27	-0,8	0,44	-0,01
-0,11	-0,84	0,28	0,06	-0,83	-1,44
-0,08	0,15	-0,5	-0,12	1,16	0,61
1	0,0735	-0,1618	0,1176	3,1618	4,1912
	-0,1454	0,30398	-0,8247	-0,22398	-0,89015
	-0,8319	0,2622	0,0729	-0,4822	-0,97897
	0,1559	-0,5129	-0,1106	1,4129	0,9453
	1	-2,0906	5,6719	1,5404	6,1221
		-1,47697	4,79139	0,7992	4,1140
		-0,18697	-0,9948	1,1723	-0,00913
		1	-3,2441	-0,5411	-2,7854
			-1,6013	1,0711	-0,5299
			1	-0,6689	0,3309
2,8264	-0,3337	-2,7110	-0,6689		
3,8263	0,6664	-1,7119	0,3309		

Tenglamalar sistemasini oddiy iteratsiya usuli yordamida yechish uchun sistemani $X = AX + F$ ko'rinishga keltiramiz. Quyidagi vektorlar ketma-ketligini tuzamiz: X_0 -ixtiyoriy vektor;

$$X_1 = AX_0 + F; X_2 = AX_1 + F; X_3 = AX_2 + F; \dots; X_n = AX_{n-1} + F.$$

Agar matrisaning biror normasi uchun $\|A\| < 1$ bo'lsa, hisoblash jarayoni yaqinlashuvchi bo'ladi.

Koordinatalar quyidagi formulalar yordamida xisoblanadi:

$$x_i^{(k)} = f_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(k-1)} \quad i = \overline{1, n}.$$

Hisoblashlar aniqligini quyidagi munosabatdan aniqlash mumkin:

$$\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\| = \frac{\|A\|^k}{1 - \|A\|} \|X_1 - X_0\|;$$

agar $X_0 = F$ bo'lsa, u holda

$$\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\| = \frac{\|A\|^{k-1}}{1 - \|A\|} \|F\|,$$

bunda X^* - aniq yechim.

Berilgan misolni bosh elementlarni tanlash bilan Gauss usulida yechish dasturi:
Program GS;

const

N=4;

var

m1,nm,m,i,j,k,i1,i2,j2 : integer;

```

txt1,txt2 : text;
a : array[1..n] of real;
bb : array[1..n,1..n+1] of real;
Procedure gauss;
var
mm,m1: integer;
tr,tp,x : real;
txt1,txt2 : text;
BEGIN
mm:=m-1; m1:=m+1;
for i:=1 to mm do
begin
j:=i; x:=bb[i,i];
for k:=i+1 to m do
begin
if (abs(x)<abs(bb[k,i])) then begin
x:=bb[k,i]; j:=k; end;
end;
for k:=1 to m1 do
begin
x:=bb[i,k]; bb[i,k]:=bb[j,k]; bb[j,k]:=x;
end;
tr:=bb[i,i];
for k:=i to m1 do bb[i,k]:=bb[i,k]/tr;
tp:=1.0;
for k:=i+1 to m do
Begin
if (bb[k,i]<>0) then
begin
tp:=bb[k,i];
for i1:=i to m1 do bb[k,i1]:=bb[k,i1]/tp-bb[i,i1];
end;
end;
end;
bb[m,m1]:=bb[m,m1]/bb[m,m];
for i:=1 to mm do
begin
j:=m-i; k:=j+1;
for i1:=k to m do bb[j,m1]:=bb[j,m1]-bb[i1,m1]*bb[j,i1];
end;
end;
END;
{ asosiy programma }
BEGIN
assign(txt1,'gauss.dat'); reset(txt1);
For i2:=1 to n do

```

```

For j2:=1 to n+1 do read(txt1,bb[i2,j2]);
                    close(txt1);
assign(txt2,'gauss.otv'); rewrite(txt2);
  Writeln(txt2,' TENGLAMALAR SYSTEMASINI G A U S S  USULIDA
ECHISH');
  Writeln(txt2,'      Bosh elementlarni tanlash bilan');
  Writeln(txt2);
  Writeln(txt2,' BERILGAN MATRISA');
  Writeln(txt2);
  For i2:=1 to n do begin
  For j2:=1 to n+1 do write(txt2,bb[i2,j2]:10:3);
                    writeln(txt2); end;

  m:=n;
  GAUSS;
  Writeln(txt2);
  Writeln(txt2);
  Writeln(txt2,' NATIGA MATRISA');
  Writeln(txt2);
  For i2:=1 to n do begin
  For j2:=1 to n+1 do write(txt2,bb[i2,j2]:10:3);
                    writeln(txt2);
                    end;
  Writeln(txt2,'Echimlar oxirgi ustunda joylashgan');
  Writeln(txt2);
  for i:=1 to n do a[i]:=bb[i,n+1];
  for i:=1 to n do write(txt2, 'X('i:1,')='a[i]:5:3,' ');
  close(txt2);

```

END.

Berilgan sistemaning koeffitsiyentlari qiymati GAUSS.DAT fayliga quyidagicha joylashtiriladi.

0.68 0.05 -0.11 0.08 2.15

0.21 -0.13 0.27 -0.8 0.44

-0.11 -0.84 0.28 0.06 -0.83

-0.08 0.15 -0.5 -0.12 1.16

Dasturning natijasi

TENGLAMALAR SYSTEMASINI G A U S S USULIDA ECHISH

Bosh elementlarni tanlash bilan

BERILGAN MATRITSA

0.680 0.050 -0.110 0.080 2.150

0.210 -0.130 0.270 -0.800 0.440

-0.110 -0.840 0.280 0.060 -0.830

-0.080 0.150 -0.500 -0.120 1.160

NATIJA MATRITSA

1.000	0.074	-0.162	0.118	2.826
0.000	1.000	-0.315	-0.088	-0.334
0.000	0.000	1.000	0.209	-2.712
0.000	0.000	0.000	-3.453	-0.669

Echimlar oxirgi ustunda joylashgan

$X(1)=2.826$ $X(2)=-0.334$ $X(3)=-2.712$ $X(4)=-0.669$

Adabiyotlar

1. Белова, И.М. Компьютерное моделирование / И.М. Белова. - М.: МГИУ, 2008. - 81 с.
2. Гончаренко, И. Антенны КВ и УКВ. Часть 1. Компьютерное моделирование. / И. Гончаренко. - М.: РадиоСофт, 2004. - 128 с.
3. Градов, В.М. Компьютерное моделирование: Учебник / В.М. Градов, Г.В. Овечкин, П.В. Овечкин и др. - М.: Инфра-М, 2016. - 784 с.
4. Королев, А.Л. Компьютерное моделирование / А.Л. Королев. - М.: Бином. ЛЗ, 2013. - 230 с.
5. Королев, А.Л. Компьютерное моделирование. Лабораторный практикум / А.Л. Королев. - М.: Бином, 2015. - 296 с.
6. Овечкин, Г.В. Компьютерное моделирование: Учебник / Г.В. Овечкин. - М.: Academia, 2017. - 368 с.
7. Овечкин, Г.В. Компьютерное моделирование: Учебник / Г.В. Овечкин. - М.: Academia, 2017. - 379 с.
8. Овечкин, Г.В. Компьютерное моделирование: Учебник / Г.В. Овечкин. - М.: Академия, 2018. - 432 с.